1 調査問題 8 (3)（事象を数学的に解釈し、問題解決の方法を数学的に説明できるかどうかをみる問題）

（1）課題が見られた問題について

駅伝で、6区のスタート地点から約何mの地点で、遅れてスタートした選手が前の選手に追いつくか求める方法を、2本のグラフを用いる方法と2つの式を用いる方法のどちらかを選択して記述する問題です。この問題は、半数以上の生徒が説明に必要な条件を満たした記述ができませんでした。

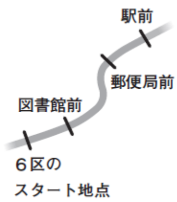
事柄を調べる方法や手順を説明するためには、用いるものとその用い方を記述する必要があります。この問題では、用いるものは示されているため、その用い方を明らかにする必要がありますが、関数の学習において 2 本のグラフの交点が示すものや、その2つの式からなる連立方程式の解が表すものは何かについて十分理解できていないため、必要な条件を満たすことができなかったのではないかと考えられます。

（2）指導の改善・充実に向けて

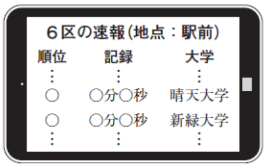
事柄を調べる方法や手順を記述するためには、用いるものとその用い方を適切に表すことが求められます。しかし、2つの大学の選手が通過した時間の差がグラフのどの2点の x 座標の差として表れているかを問う(1)の正答率が6割に満たなかったことから、一次関数のグラフの座標は理解していても、その x 座標や y 座標が具体的な場面では何を意味しているのかを理解できていない生徒が、ある程度いると考えられます。そのため、(3)において用い方を記述できなかったと考えられます。グラフや式などの基礎的な知識を身に付けさせるだけでなく、その知識と具体的な事象がどのように結びついているのかを丁寧に扱っていくことが大切です。

方法･手順の説明の際は、用いるものとその用い方を記述させるだけでなく、それまでの学習を通して、説明する事柄と知識とをしっかりと結びつけておくことが大切です。

8 大悟さんが住む地域にある新緑大学は、大学対抗駅伝大会に出場します。この駅伝大会では、コースを7区間に分け、1区から7区までをリレー形式で走ります。大悟さんは、新緑大学の6区の選手の応援に行きました。6区の道のりは12000 mあり、6区のスタート地点では、晴天大学が先にスタートし、新緑大学がその100秒後にスタートしました。



大悟さんは、インターネットで6区の速報を見て、新緑大学が晴天大学に追いつきそうだと考え、その地点を予想することにしました。

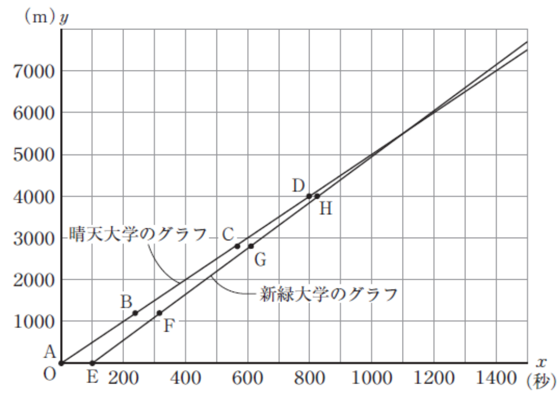


そこで、大悟さんは、晴天大学と新緑大学の6区の各地点の記録を、晴天大学の6区の選手がスタートしたときを0秒として、下のような表にまとめました。

大悟さんがまとめた表

地点	スタート地点からの道のり	晴天大学	新緑大学
スタート地点	0 m	0 秒	100 秒
図書館前	1200 m	238 秒	316 秒
郵便局前	2800 m	567 秒	611 秒
駅前	4000 m	798 秒	824 秒

コンピュータを使って表された直線のグラフと式



晴天大学の式 $y = 5x$

新緑大学の式 $y = 5.5x - 550$

（3）新緑大学が晴天大学に追いつくのが、6区のスタート地点からおよそ何mの地点になるのかを考えます。下のア、イのどちらかを選び、それを用いておよそ何mの地点になるのかを求める方法を説明しなさい。ア、イのどちらを選んで説明してもかまいません。また、実際に何mかを求める必要はありません。

ア 晴天大学のグラフと新緑大学のグラフ

イ 晴天大学の式と新緑大学の式

2 調査問題 9 (2) （条件変えによって事柄が成り立たなくなった理由を、証明を振り返って読み取る問題）

（1）課題が見られた問題について

厚紙で作った2つの二等辺三角形を使ってひいた2つの直線が平行になることを証明(証明１)したうえで、条件を変えた場合に2つの直線が平行にならないことの説明を、証明１を振り返って完成させる問題です。

この問題の正答率は4割弱で、全国同様にかなり課題が見られます。二等辺三角形ではない合同な2つの三角形の場合には、証明１の式③が成り立たなくなることは理解しているものの、式③が成り立たないことによって式④も成り立たなくなることを理解していない生徒が多いと考えられます。また、二等辺三角形ではなくなるという根拠だけで式③と式⑤に着目すればよいと捉えた生徒や、見通しがもてないまま無解答である生徒が全国とほぼ同程度見られます。これらのことから、証明を振り返って読み取る力をつけていく必要があると考えられます。

（2）指導の改善・充実に向けて

図形領域の指導においては、この問題のように一旦解決された問題やその解決過程を振り返り、問題の条件を見直したり、共通する条件や図形の性質を見いだしたりすることを通して、統合的・発展的に考えることができるようにすることが大切です。また、生徒が自ら図形の性質を見つけ、それがいつでもいえることを証明する喜びを味わう姿を期待したいものです。

この問題のように問題の条件が変わることにともなって証明のどの部分が変わらないのか、どの部分がどのように変わるのか、そして証明は成り立つのかなどを、証明の流れに沿って読み取ることが必要です。そのための指導の改善・充実の方向として、証明を読むことができるようにする指導をより重視していきましょう。自分の証明だけでなく、グループや全体追究で他者の証明を読み合う活動も有効です。その際、根拠となる性質を図と対応させたり定理を確認したりしながら読み取ることが大切です。そうすることが、条件を変えた場合にも変わらず成り立つ部分と成り立たなくなる部分を読み取ることにつながると考えます。

さらに、二等辺三角形ではない合同な三角形で平行線がひけるようにするにはどうすればよいかを、厚紙で合同な三角形を作って操作したり作図をしたりして考え、図形の性質を成り立たせる条件を見いだすような統合的・発展的な活動も有効です。

---

9 次の**図１**のように、CA＝CBの二等辺三角形ABCと、△ABC≡△DEFとなるような△DEFの２つの三角形を厚紙で作ります。

図１

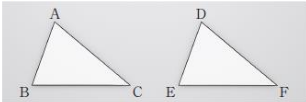
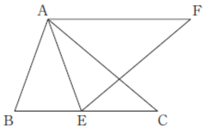


図１の２つの三角形の厚紙を使って、次の**方法１**と**方法２**でそれぞれ２つの直線をひきます。

（２）優奈さんは、前ページの**方法２**の直線BCと直線AFが平行になるかどうかを調べるために、次の**図７**をかきました。**図７**の△ABCと△AEFは、それぞれCA＝CB、FA＝FEで、△ABC≡△AEFです。この図において、優奈さんはBC // AFであることを証明することにしました。

図７



BC // AFであることは、次のように証明できます。

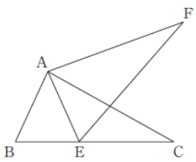
証明１

△ABC≡△AEFより、合同な図形の対応する辺と角はそれぞれ等しいから、
AB＝AE ……①
∠ABC＝∠AEF ……②
△AEFにおいて、二等辺三角形の底角は等しいから、
∠EAF＝∠AEF ……③
②、③より、
∠ABC＝∠EAF ……④
また、①より、△ABEは二等辺三角形である。
二等辺三角形の底角は等しいから、
∠ABE＝∠AEB ……⑤
∠ABE＝∠ABCだから、④、⑤より、
∠EAF＝∠AEB
よって、錯角が等しいから、
BC // AF

次に、優奈さんは、19ページの**図１**の２つの三角形を△ABC≡△DEFであることは変えずに、二等辺三角形ではない三角形に変えました。この場合も**方法２**でひいた２つの直線が平行になるかどうかを確かめたところ、２つの直線は平行になりませんでした。

なぜ平行にならなくなったのかを調べるために、次の**図８**をかきました。**図８**の△ABCと△AEFは二等辺三角形ではなく、△ABC≡△AEFです。

図８



優奈さんは、**図８**でBC // AFとならないのは、前ページの**証明１**の①から⑤のどれかが成り立たないからだと考えました。

図８のような二等辺三角形ではない合同な２つの三角形の場合には、∠EAF＝∠AEBとならないため、BC // AFとなりません。このことは、**証明１**をもとに、次のように説明することができます。

> 二等辺三角形ではない合同な２つの三角形の場合には、**証明１**の [Ⅰ] が成り立たないから、[Ⅱ] が成り立たない。よって、∠EAF＝∠AEBとならないから、BC // AFとならない。

上の [Ⅰ] には**証明１**の①、②、③のどれか１つが、[Ⅱ] には**証明１**の④、⑤のどちらか１つが当てはまります。[Ⅰ] 、[Ⅱ] に当てはまるものをそれぞれ書きなさい。